



Singular limits of scalar conservation laws

著者	藤野 直樹
内容記述	Thesis (Ph. D. in Science)--University of Tsukuba, (A), no. 4223, 2007.3.23 Includes bibliographical references
発行年	2007
URL	http://hdl.handle.net/2241/90887

[83]

氏 名（本籍）	藤野直樹（大分県）		
学位の種類	博士（理学）		
学位記番号	博 甲 第 4223 号		
学位授与年月日	平成 19 年 3 月 23 日		
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当		
審査研究科	数理工質科学研究科		
学位論文題目	Singular Limits of Scalar Conservation Laws (スカラー保存則の特異極限)		
主 査	筑波大学教授	理学博士	平 良 和 昭
副 査	筑波大学教授	理学博士	磯 崎 洋
副 査	筑波大学教授	理学博士	竹 内 光 弘
副 査	筑波大学助教授	博士（数理科学）	山 崎 満

論 文 の 内 容 の 要 旨

数理科学の様々な分野において、保存量から導かれる未知関数に対する非線形偏微分方程式が考察され、時刻 t と 1 次元空間変数 x のベクトル値関数 $U(t, x)$ に対する $U_t + F(U)_x = 0$ の形の非線形偏微分方程式系は保存則系と呼ばれている。方程式の簡潔さに反して、2005 年の A. Bressan 氏らの一連の論文を待たなくしては、初期値問題の基本的な性質である（小さな初期値に対する）適切性すら未解決であった。また、空間変数が 2 以上の研究は皆無ではないものの、系統的な研究はなされていない。こうしたことから、保存則系の研究は今後の発展に期待されているということが出来る。しかしながら、未知関数 $U(t, x)$ がスカラーである場合（単独保存則）には、初期値問題の適切性を含めて基本的な解明は古典的であり、多次元空間変数に対する研究もなされてある。一般に、保存則系の超関数解は一意ではないので、許容条件としてエントロピー条件を課し、この条件を満たすものをエントロピー解という。単独保存則のエントロピー解に関しては、1970 年に存在と一意性が、1972 年に解作用素が縮小半群を生成することが証明されている。

本論文では、単独保存則において、このエントロピー解 $u(t, x)$ を取り出すために、付随した方程式 $u_t + F(u)_x = R^\varepsilon$ の解の列 $u^\varepsilon(t, x)$ の極限としてエントロピー解が実現できるかという、スカラー保存則の特異極限問題に取り組んだ。こうした解の実現は、進行波解の存在と排他的な関係にある。また、この両者の場合にも含まれず、分散型である KdV 方程式の解に収束することも知られている。ここで、右辺の項 R^ε は、数学的には拡散・分散効果を持ち、粘性、毛細管現象等の物理現象による効果を表わしている。

本論文において、高々多項式増大度を持つ流束と項 R^ε の特別な形の場合に、解の列 $u^\varepsilon(t, x)$ がエントロピー解 $u(t, x)$ に近づくことを証明した。その証明では、補間測度法と測度値解の 2 つの手法を融合させて一つの定理に表現した LeFloch – Natalini の定理を主要な道具としている。しかしながら、この定理の条件を補間測度法と測度値解の 2 つに分けて確認しなくてはならない。さらに、証明には、上に述べた 2 つの手法に加えて、新たな先験的評価式が導入されている。これらの証明法は、将来、単独でない保存則系に対しても十分に適用可能な強靱な枠組みでなされていることは着目すべき点である。

審 査 の 結 果 の 要 旨

本論文は、主要結果のいくつかを国際的な学術雑誌に発表済みであり、単独保存則の特異摂動極限において大きな貢献をしたものといえる。惜しむらくは、単独でない保存則系に関する結果がないが、上記のような一般的な枠組みでの結果が少しでも得られれば、国際的に先駆結果となることが期待される。また、多次元空間の場合に関する結果も得られているが、その内容を論文に盛り込めなかったことが挙げられるが、今後の研究成果となることを期待したい。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。